文章编号: 1001-4543(2020)03-0200-07

# 基于小波 -VMD-Teager 能量算子的滚动轴承微弱故障诊断

许午珍<sup>1</sup>, 崔 立<sup>1</sup>, 任德余<sup>2</sup>, 徐卫责<sup>2</sup>, 时大方<sup>2</sup>

(1. 上海第二工业大学 工学部, 上海 201209; 2. 浙江天马轴承集团有限公司 技术中心, 德清 313200)

**摘 要**: 针对滚动轴承的单一故障进行诊断,提出了将小波 VMD-Teager 能量算子相结合和小波 CEEMD-Teager 能量算子相结合的诊断方法。对于滚动轴承的故障信号首先是进行小波降噪,使用 VMD 分解得到 IMF 分量,利用峭度和相关系数的大小选择合适的 IMF 分量,进行重构。通过对重构的 IMF 进行 Teager 能量算子包络解调处理,最后可以得到不同故障程度的轴承故障的特征频率。对比 VMD 处理和 CEEMD 处理得到的故障信号包络图,利用实验数据验证表明,VMD 处理能更有效提取滚动轴承的单一故障微弱特征。 关键词: 变分模态分解; Teager 能量算子; 滚动轴承; 故障诊断 中图分类号: TH133.3 **文献标志码**: A

# A Bearing Weak Fault Diagnosis Method Based on Wavelet-VMD-Teager Energy

XU Wuzhen<sup>1</sup>, CUI Li<sup>1</sup>, REN Deyu<sup>2</sup>, XU Weize<sup>2</sup>, SHI Dafang<sup>2</sup>

(1. College of Engineering, Shanghai Polytechnic University, Shanghai 201209; 2. Technology Center, Zhejiang Tianma Bearing Group Co., Ltd., Deqing 313200, Huzhou, China)

**Abstract:** In order to diagnose the single fault of rolling bearing, a new method combining wavelet VMD-Teager energy operator and wavelet CEEMD-Teager energy operator is proposed. For the fault signal of rolling bearing, firstly, wavelet denoising is carried out, IMF component is obtained by VMD decomposition, and appropriate IMF component is selected by kurtosis and correlation coefficient for reconstruction. Through the teager energy operator envelope demodulation of the reconstructed IMF, the characteristic frequencies of bearing faults with different fault degrees can be obtained. Compared with the fault signal envelopment diagram obtained by VMD treatment and CEEMD treatment, the experimental data verify that VMD treatment can more effectively extract the weak features of single fault of rolling bearing.

Keywords: variational mode decomposition; Teager energy operator; rolling bearing; fault diagnosis

## 0 引言

当滚动轴承运转时,由于处于强噪声的背景之下,难以分辨发生早期故障时产生的信号因为设备 长时间处于高强度运转之下容易发生事故,所以有 必要在故障发生的早期对设备进行检测。 对轴承的使用状态进行实时监测和对轴承进 行故障诊断长时间以来一直在机械设备故障诊断 领域备受关注<sup>[1]</sup>。变分模态分解 (variational mode decomposition, VMD) 是一种比较新的信号处理方 法<sup>[2-4]</sup>,此种方法的适应性相对较强,对于机械故 障诊断领域十分适用。VMD 能够将原始信号分解

收稿日期: 2020-04-05

**通信作者**: 崔 立 (1981–), 男, 河南驻马店人, 教授, 博士, 主要研究方向为机械动力学。E-mail: cuili@sspu.edu.cn **基金项目**: 国家自然科学基金项目 (51675323), 上海市自然科学基金 (20ZR1421000) 资助

成若干离散的子频带,非常适合处理非平稳信号, 并且能够准确将频率接近的信号分离出中心频率 和不同带宽的各分量,主要应用于多分量非平稳非 线性信号的分离<sup>[5-6]</sup>。将经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD) 和局部均值分解 (local mean decomposition, LMD) 处理进行对比分析可以 看出, VMD 可以抑制 EMD 和 LMD 方法产生的虚 假分量和模态混叠并且分解层数少、效率高<sup>[7-11]</sup>。 刘长良等<sup>[12]</sup>提出了基于 VMD 分解和奇异值分解 的特征提取方法,主要利用不同的筛选方式和模糊 C 均值聚类 (fuzzy C means clustering, FCM) 来实现 不同故障模式的分类。唐贵基等[13]主要将参数优 化后的 VMD 用来处理轴承使用前期所出现的故 障。高艳丰等<sup>[14]</sup>将 VMD 和 Teager 能量算子两种 方法相结合来诊断高压输电线路雷击故障行波,实 验验证此种方法能取得较好结果。王晓龙等[15]通 过将 VMD 和 1.5 维谱的方法结合起来对滚动轴承 早期故障进行诊断。赵洪山等<sup>[16]</sup>提出利用 VMD, 使用奇异值分解来处理筛选出的固有模态分量 (intrinsic mode function, IMF), 可提取故障特征频率, 最 后,可以验证此种法对滚动轴承的一些经常性出现 的故障。邹剑晖等[17]使用补充集合经验模态分解 (complementary ensemble empirical mode decomposition, CEEMD) 对振动信号来进行处理, 可以得到不 同的 IMF, 筛选出包含故障信息较多的 IMF 分量然 后进行重构处理,求解各分量的多尺度熵(MSE),通 过分析重构故障信号的包络谱,由于可以观察到故 障信号的故障频率,可以认为相关特征能有效反映 出振动信号所包含的故障信息。

本文提出一种基于小波、VMD 和 CEEMD 与 Teager 能量算子相结合的对于振动信号检测的方 法。利用峭度 - 相关系数法, 通过计算各分量与原始 信号之间的相关系数以及各分量的峭度来选取最优 分量, 利用 Teager 能量算子对选取的 IMF 分量进行 解调分析处理, 得到包络谱, 从而对滚动轴承微弱故 障进行诊断。

## 1 基础理论

#### 1.1 VMD 分解的基本原理

VMD 是一种信号自适应分解估计方法,它的实质是使用多个维纳滤波组对信号进行滤波。VMD

算法中引用了本征模态函数的概念,将 IMF 根据调制标准重新定义为 AM-FM 信号:

$$u_k(t) = A_K(t)\cos(\phi_k(t)) \tag{1}$$

式中:  $\phi_k$  为相位,  $\phi_k(t)$  非递减且  $\phi'_k(t) \ge 0$ ;  $A_K(t)$ 为载波信号幅值,  $A_K(t) \ge 0$ ;  $u_k(t)$  为模态分量, 是由  $A_K(t)$  和瞬时频率  $\omega_k(t) = \phi'_k(t)$  组成的谐 波信号。 $\phi_k(t)$  要远远大于  $A_K(t)$  以及在时间间隔  $[t - \delta, t + \delta]$  内,  $\delta \approx 2\pi/\phi'_k(t)$ 。

VMD 主要原理是将待处理信号代入变分模型 内, 搜寻变分模型的最优解, 使得信号自动调整以实 现最佳效果的分解, 在这个过程中各个模态 IMF 的 频率中心和带宽不断变化, 可根据实际信号的特征 频带的自适应分成相应 IMF 分量。

(1) 假设信号 *f* 中含有 *K* 个 IMF 分量, 分别由 μ<sub>k</sub> 来表示, 且每个 IMF 对应的中心频率为 ω<sub>k</sub>, 相应 的约束变分模型如下:

$$\min_{\{\mu_k\},\{\omega_k\}} \left\{ \sum_{k=1}^{k} \left\| \partial_{(t)} \left[ \left( \sigma_{(t)} + \frac{j}{\pi t} \right) \cdot \mu_k(t) \right] \cdot \right] \right\}$$

$$e^{-j\omega_k t} \left\|_2^2 \right\}$$
s.t. 
$$\sum_{k=1}^{k} u_k = f$$

$$(2)$$

式中:  $\{u_k\} = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}$ 为分解后的 *K* 个 IMF;  $\{\omega_k\} = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k\}$ 分别为各 IMF 对应 的中心频率。

(2)为求解出上述约束变分问题的最优解,将上 式转换为非约束变分问题,提到了增广矩阵拉格朗 日函数:

$$L(\lbrace u_k \rbrace, \lbrace \omega_k \rbrace, \lambda) = \alpha \sum_k \left\| \partial_{(t)} \left[ \left( \sigma_{(t)} + \frac{j}{\pi t} \right) \cdot \mu_k(t) \right] \cdot e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| f(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \left\| f(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \left\langle \lambda(t), f(t) - \sum_k u_k(t) \right\rangle$$
(3)

式中:  $\alpha$  为二次项的惩罚因子;  $e^{-j\omega_k t}$  为修正系数; f(t) 为原始信号;  $\lambda(t)$  为拉格朗日乘法算子。

(3) 根据交替方向乘子算法 (ADMM) 求上述增 广矩阵拉格朗日函数的鞍点, 即上式模型中的最佳 解, 原信号被筛成相应的 K 个 IMF。该方法每次求 解一个变量, 其他变量视为已知, 可以在频域求得第 n+1次迭代的结果,即:

$$\hat{u}_k^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i(\omega) + \frac{\hat{\lambda}_i(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k)^2}$$
(4)

$$\omega_k^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k(\omega)|^2 \mathrm{d}\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k(\omega)|^2 \mathrm{d}\omega}$$
(5)

从物理意义上来说,  $\hat{u}_k^{n+1}(\omega)$  可以看成是剩余 信号  $\hat{f}(\omega) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i(\omega)$  通过 Wiener 滤波器的结果;  $\omega_k^{n+1}$  可以看成第 k 个模态功率谱的重心。

由上述公式可以归纳出整个 VMD 算法的流程 如下:

(1) 初始化  $\{\hat{u}_{k}^{1}\}, \{\omega_{k}^{1}\}, \hat{\lambda}^{1}$  和 *n*=0;

(2) n = n + 1, 执行整个过程;

(3) 执行内层第一个循环,根据 
$$\hat{u}_k^{n+1}(\omega) = \hat{f}(\omega) - \sum \hat{u}_i(\omega) + \frac{\hat{\lambda}(\omega)}{1-\omega}$$

 $\frac{1}{1+2\alpha(\omega-\omega_k)^2}$ ,更新 $u_k$ ;

(4) *K* = *k* + 1, 重复 (3), 直到 *k* = *K*, 停止内层 第 1 个循环;

(5) 执行内层第 2 个循环,根据  $\omega_k^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k(\omega)|^2 d\omega}$ 更新  $\omega_k$ ;

(6) *K* = *k* + 1, 重复 (5), 直到 *k* = *K*, 停止内层 第 2 个循环;

(7) 根据  $\hat{\lambda}^{n+1}(\omega) = \hat{\lambda}^n(\omega) + \tau(\hat{f}(\omega) - \sum_k \hat{u}_k^{n+1}),$ 更新  $\lambda$ :

(8) 再次从 (2)~(7) 开始, 直到满足截止条件  $\sum_{k} \frac{\|\hat{u}_{k}^{n+1} - \hat{u}_{k}^{n}\|_{2}^{2}}{\|\hat{u}_{k}^{n}\|_{2}^{2}} < \varepsilon$ , 循环停止, 输出  $K \uparrow IMF$ 。

#### 1.2 CEEMD 分解的基本原理

不同于传统的 EEMD 方法, CEEMD 是对原信 号添加成对的正、负白噪声, 从而消除残留噪声、提 高计算效率。

对原始采集到的振动信号 *x*(*t*), 添加正负成对的白噪声, 得到一对噪声信号:

$$\left. \begin{array}{l}
P_i = x(t) + n_i(t) \\
N_i = x(t) - n_i(t)
\end{array} \right\}$$
(6)

式中: *n<sub>i</sub>(t)* 为第*i* 次添加的白噪声; *P<sub>i</sub>* 为第*i* 次加 上白噪声得到的信号; *N<sub>i</sub>* 为第*i* 次减去白噪声得到 的信号。

对信号  $(P_i, N_i)$  利用 EMD 方法进行分解, 得到 两组本征模函数:

$$P_{i} = \sum_{j=1}^{m} c_{ij}^{+}(t) \\ N_{i} = \sum_{j=1}^{m} c_{ij}^{-}(t)$$
(7)

式中:  $c_{ij}^+(t)$  为  $P_i$  分解得到的第 j 个 IMF;  $c_{ij}^-(t)$  为  $N_i$  分解得到的第 j 阶 IMF。

重复以上过程 M 次, 然后对多种分量组合做均值:

$$c_j(t) = \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^m (c_{ij}^+(t) + c_{ij}^-(t))$$
(8)

式中: *c<sub>j</sub>(t*) 表示通过 CEEMD 得到的第 *j* 个 IMF 分 量; *M* 指的是过程重复次数; *m* 指的是 *i* 从 1 取到 *m*。

## 基于 VMD-Teager 能量算子的故障 诊断模型

#### 2.1 峭度 - 相关准则

峭度主要是用来衡量振幅概率密度函数陡峭 度,主要可用于诊断表面损坏一类的早期故障,

$$Ku = \frac{E(x-\mu)^4}{\sigma^4} \tag{9}$$

式中: Ku 为峭度;  $\mu$  为均值;  $\sigma$  为标准差; x 为轴承 故障信号。

在现实生活中, 当 *Ku* = 3 时一般认为未发生 故障。滚动轴承出现缺陷部分时产生的冲击使得原 本的振幅的正态分布曲线上浮, 明显偏离正态分布, 此时 *Ku* > 3。峭度值的大小与冲击成分在轴承信 号中的比例呈正相关<sup>[18]</sup>。在故障发生早期, 该指标 不断增大, 晚期减小。

利用相关系数判断 IMF 与初始信号的关联性, 需计算出各个 IMF 分量的互相关函数 *R<sub>j</sub>* 和初始信 号的自相关函数 *R<sub>x</sub>*, 即

$$R(m) = \frac{1}{P} \sum_{i=0}^{P-1} x(i)x(i+m)$$
(10)

式中: x(i) 为信号某一时刻的状态; P 为信号序列中的点数。

把自相关函数作归一化处理,并计算 R<sub>i</sub> 与 R<sub>x</sub>

的互相关函数 r<sub>i</sub> 如下:

$$r_{j} = \frac{\sum_{i=1}^{2n-1} R_{j}(i) R_{x}(i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{2N-1} R_{j}^{2}(i) \sum_{i=1}^{2N-1} R_{x}^{2}(i)}}$$
(11)

式中: j 为 IMF 的顺序; i 的取值从  $1 \sim 2N - 1$ ;  $R_j$  为 各个 IMF 的互相关函数;  $r_j$  为  $R_x$  的互相关函数。

通常情况下 r<sub>j</sub> 的数值大小与初始信号成正相 关。IMF 如果混合了较多的干扰信号则与原信号的 相关性较小,同时说明 IMF 不是最合适的,因此 r<sub>j</sub> 越大,与原信号越相关。由于轴承故障早期出现时, 峭度值对此时的故障十分敏感,因此选择峭度值略 大的 IMF 为首要措施。然而,只凭借一个指标来挑 选最合适的 IMF 不太严谨,本节利用上述的相关系 数 r<sub>j</sub>,全面考虑二者数值均选取相对较大的 IMF 为 较合适的分量。

#### 2.2 Teager 能量算子

Teager 能量算子操作简单且速度快,对于信号的波形改变可以较好表现,主要应用领域是信号的解调分析。对于离散信号 *x*(*n*),其 Teager 能量算子可表示为

$$\psi[x(n)] = x^2(n) - x(n+1)x(n-1)$$
 (12)

假设信号

$$x(n) = a(n)\cos(\phi(n)) \tag{13}$$

其瞬时频率为

$$\Omega_i(n) \approx \mathrm{d}\phi(n)/\mathrm{d}n$$
 (14)

构成对称差分信号为

$$s(n) \approx -a(n) \sin[\Omega_i(n)] \sin(\phi(n))$$
 (15)

可以得到 s(n) 的 Teager 能量算子为

$$\psi(s(n)) = a^2(n)\sin^4(\Omega_i(n)) \tag{16}$$

信号 x(n) 的频率和幅值可表示为

$$\Omega_i = \frac{1}{2} \arccos\left[1 - \frac{\psi(x(n+1) - x(n-1))}{\omega\psi(x(n))}\right]$$
(17)

$$|a(n)| = \frac{\sqrt{2\psi(x(n))}}{\sqrt{\psi(x(n+1) - x(n-1))}}$$
(18)

## 3 算法步骤及流程

当滚动轴承在使用前期发生故障时,程度微弱, 难以检测,本文提出基于小波 VMD-Teager 能量算 子与小波 CEEMD-Teager 能量算子两种诊断方法, 其步骤和流程如图1所示。

(1) 对原始信号进行小波处理,目的是降噪;

(2) 再分别利用 VMD 和 CEEMD 进行处理, 在
VMD 分解中设置初始模态数 K = 2, 惩罚因子取值为 2 000, 带宽取值为 0;

(3) 通过综合比较 IMF 的峭度和相关系数, 来筛选 IMF;

(4) 利用 Teager 能量算子来处理重构信号,可以 得到轴承的故障特征频率。



图 1 算法步骤及流程 Fig. 1 Algorithm steps and flow

## 4 实验验证及分析

#### 4.1 实验设备

本文将使用美国 Case Western Reserve 大学的 轴承中心数据库中的部分数据来验证本文提出方法 的准确性和有效性。该试验平台主要由1台1.5 kW 驱动电动机、1个扭矩传感器、1台测功仪和电动机 控制单元组成,如图2所示。



图 2 实验测试平台 Fig. 2 Experimental test platform

实验时通过电火花加工的方式模拟各类故障损伤,驱动端的轴承型号为 SKF6205-2RS,具体规格参数如表1所示。

表 1 滚动轴承结构参数 Tab. 1 Structural parameters of rolling bearing

参数类型	风扇端	驱动端
内圈直径/mm	17.00	25.00
外圈直径/mm	40.00	52.00
厚度/mm	12.00	15.00
滚动体直径/mm	6.75	7.94
节径/mm	28.50	39.04
滚动体个数	8	9
接触角/(°)	0	0

#### 4.2 滚动轴承内圈故障分析

试验中选取驱动端故障振动信号,其电动机工 作转速为1797 r/min,转动电动机的加载功率为0, 分别选取故障为尺寸0.1778mm和0.5334mm的 振动信号,采样频率为12kHz,信号长度为6000 个采样点。通过计算,可以得到驱动端内圈故障特 征频率为162Hz,驱动端外圈的故障特征频率为 108Hz。对内圈的原信号直接做包络谱如图3所示, 由于存在较多干扰信息无法准确提取轴承的故障特 征。图3(a)、(b)分别为故障尺寸不同的驱动端内圈 故障信号包络图。



图 3 驱动端 (0.177 8 mm) (a) 和驱动端 (0.533 4 mm) (b) 内 圈原始信号包络图

Fig. 3 Original signal envelope diagram of the inner ring of (a) the driver end (0.177 8 mm), (b) the driver end (0.533 4 mm)

利用小波对采集到的故障信号进行初步降噪, 经过 VMD 分解后得到各 IMF 的峭度和相关系数, 如表 2、3 所示。对比 CEEMD 和 VMD 分解得到的 包络图 (见图 4、5),明显看出,VMD 分解得到的包 络图波形毛刺较少,频谱上的峰值易于区分。对于 故障尺寸为 0.177 8 和 0.533 4 mm 的内圈故障信号, 由图中可以看出,VMD 与 Teager 能量算子的方法 能更有效地提取微弱故障的故障频率。

- 表 2 驱动端内圈故障 (0.177 8 mm) VMD 分解的前 4 个 IMF 分量的峭度 相关系数
- Tab. 2 Kurtosis-correlation coefficients of the first four IMF components of VMD decomposition for inner ring faults at the drive end (0.177 8 mm)

分量	峭度	相关系数
IMF1	2.522 7	0.154 7
IMF2	3.348 3	0.274 9
IMF3	4.627 3	0.621 2
IMF4	4.426 8	0.648 5

表 3 驱动端内圈故障 (0.533 4 mm) VMD 分解的前 4 个 IMF 分量的峭度 - 相关系数

Tab. 3 Kurtosis-correlation coefficient of the first four IMF components of VMD decomposition for drive end inner ring fault (0.533 4 mm)

分量	峭度	相关系数
IMF1	3.214 8	0.100 5
IMF2	3.211 9	0.323 8
IMF3	3.718 2	0.668 2
IMF4	3.893 3	0.475 8



- 图 4 CEEMD (a) 和 VMD 分 解 驱 动 端 内 圈 故 障 (0.177 8 mm) (b) 信号包络图
- Fig. 4 (a) CEEMD; (b) VMD decompose the inner ring fault of the driver end (0.177 8 mm) signal envelope diagram



图 5 CEEMD (a) 和 VMD 分 解 驱 动 端 内 圈 故 障 (0.533 4 mm) (b) 信号包络图

Fig. 5 (a) CEEMD; (b) VMD decompose the inner ring fault of the driver end (0.533 4 mm) signal envelope diagram

#### 4.3 滚动轴承外圈故障分析

图 6 中 (a)、(b) 分别为驱动端外圈不同故障程 度的故障信号包络图,但图中干扰信号较多,不能明 显观察出振动信号的故障频率。

表 4、5 分别为外圈故障程度为 0.177 8 mm 和 0.533 4 mm 的故障信号进行 VMD 分解得到的峭度 和相关系数。图 7 和图 8 分别为对比 CEEMD 分解



图 6 驱动端 (0.177 8 mm) (a) 和驱动端 (0.533 4 mm) (b) 外 圈原始信号包络图

Fig. 6 Original signal envelope diagram of the outer ring (a) at the driver end (0.177 8 mm); (b) at the driver end (0.533 4 mm)

- 表4 驱动端外圈故障 (0.177 8 mm) VMD 分解的前4个 IMF 分量的峭度 - 相关系数
- Tab. 4 Kurtosis-correlation coefficient of the first four IMF components of VMD decomposition for drive end outer ring fault (0.177 8 mm)

分量	峭度	相关系数
IMF1	6.427 6	0.041 1
IMF2	4.468 4	0.380 8
IMF3	3.191 7	0.669 2
IMF4	3.755 4	0.571 6

表 5 驱动端外圈故障 (0.533 4 mm) VMD 分解的前 4 个 IMF 分量的峭度 - 相关系数

Tab. 5 Kurtosis-correlation coefficient of the first four IMF components of VMD decomposition for drive end outer ring fault (0.533 4 mm)

分量	峭度	相关系数
IMF1	5.396 1	0.213 9
IMF2	7.459 0	0.031 9
IMF3	14.325 3	0.564 2
IMF4	18.467 3	0.771 6

和 VMD 分解得到的不同故障程度的外圈故障信号 包络图。

由图 7(a) 与 (b) 可见, VMD 分解能明显观察到 外圈故障特征频率及其倍频; 图 8(a), (b) 的两个突 出峰值分别为实验轴承的转频 30 Hz 和内圈故障 特征频率 108 Hz, 观察到 VMD 分解得到的包络图毛



- 图 7 CEEMD (a) 和 VMD 分 解 驱 动 端 外 圈 故 障 (0.177 8 mm) (b) 信号包络图
- Fig. 7 (a) CEEMD; (b) VMD decompose the outer ring fault of the driver end (0.177 8 mm) signal envelope diagram



图 8 CEEMD (a) 和 VMD 分 解 驱 动 端 内 圈 故 障 (0.533 4 mm) (b) 信号包络图

Fig. 8 (a) CEEMD; (b) VMD decompose the inner ring fault of the driver end (0.533 4 mm) signal envelope diagram

刺明显减少,且能提取出轻微故障信号的故障频率 及其倍频,优势较为明显。

### 5 结 论

(1)利用小波 VMD-Teager 能量算子结合的方 法对滚动轴承故障进行诊断,通过峭度和相关系数 筛选,筛选合适 IMF 分量,对于噪声的处理十分有 效,并且故障的冲击成分得以保留。

(2) 将 VMD、CEEMD 分别与 Teager 能量算子 相结合分析单一故障信号, Teager 能量算子使得故 障特征频率更容易识别, 与 CEEMD 方法相比 VMD 方法能更有效地提取故障频率及其倍频。

(3) 小波 VMD-Teager 能量算子结合的方法有 利于轴承的早期微弱故障诊断。

#### 参考文献:

- [1] 李华, 伍星, 刘韬, 等. 变分模态分解和改进的自适应共振技术在轴承故障特征提取中的应用 [J]. 振动工程学报, 2018, 31(4): 718-726.
- [2] 王菲. 基于 VMD 的转子故障特征提取及识别 [D]. 北京: 华北电力大学, 2018.
- [3] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode de-

composition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.

- [4] ZHANG M, JIANG Z N, FENG K. Research on variational mode decomposition in rolling bearings fault diagnosis of the multistage centrifugal pump [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 93(460): 460-493.
- [5] 唐贵基, 刘尚坤. 基于 VMD 和谱峭度的滚动轴承早期 故障诊断方法 [J]. 中国测试, 2017, 43(9): 112-117.
- [6] 刘尚坤. 基于振动信号处理的旋转机械故障诊断方法 研究 [D]. 北京: 华北电力大学, 2017.
- [7] 吴小涛,杨锰,袁晓辉,等.基于峭度准则 EEMD 及改进
   形态滤波方法的轴承故障诊断 [J].振动与冲击,2015, 34(2):38-44.
- [8] WANG Y X, LIU F Y, JIANG Z S, et al. Complex variational mode decomposition for signal processing applications [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 86: 75-85.
- [9] WANG Y X, MARKERT R. Filter bank property of variational mode decomposition and its applications [J]. Signal Processing, 2016, 120: 509-521.
- [10] 赵玮. 基于 VMD 和 FSK 的齿轮箱早期故障诊断 [J]. 机 械传动, 2018, 42 (1): 143-149.
- [11] 刘嘉敏, 彭玲, 刘军委, 等. 遗传算法 VMD 参数优化与 小波阈值轴承振动信号去噪分析 [J]. 机械科学与技术, 2017, 36(11): 1695-1700.
- [12] 刘长良, 武英杰, 甄成刚. 基于变分模态分解和模糊 C 均值聚类的滚动轴承故障诊断 [J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(13): 3358-3365.
- [13] 唐贵基, 王晓龙. 参数优化变分模态分解方法在滚动 轴承早期故障诊断中的应用 [J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(5): 73-81.
- [14] 高艳丰,朱永利,闫红艳,等.基于 VMD 和 TEO 的高压 输电线路雷击故障测距研究 [J].电工技术学报,2016, 31(1): 24-33.
- [15] 王晓龙, 唐贵基. 基于变分模态分解和 1.5 维谱的轴承
   早期故障诊断方法 [J]. 电力自动化设备, 2016, 36(7):
   125-130.
- [16] 赵洪山,郭双伟,高夺.基于奇异值分解和变分模态分解的轴承故障特征提取[J].振动与冲击,2016,35(22):
   183-188.
- [17] 邹剑晖, 敖银辉. 基于 CEEMD 和小波核极限学习机的轴承故障诊断 [J]. 组合机床与自动化加工技术, 2019(11): 74-77.
- [18] 胡爱军,马万里,唐贵基.基于集成经验模态分解和峭 度准则的滚动轴承故障特征提取方法 [J].中国电机工 程报, 2012, 32(11): 106-111.